**Matematyka. Solidnie od podstaw**

**Wymagania na poszczególne oceny**

**KLASA 3**

**ZAKRES PODSTAWOWY + ZAKRES ROZSZERZONY**

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

***Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)***

***Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)***

***Wymagania na ocenę dobrą*** *zawierają wymagania na ocenę dostateczną I dopuszczającą (R)*

***Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)***

***Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na oceną bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)***

**Uwaga:**

* Treści zapisane na różowym tle są powtórzeniem z planu wynikowego klas 1- 2, zakres rozszerzony.

1. **GEOMETRIA PŁASKA – OKRĘGI I KOŁA.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Okrąg. Położenie prostej i okręgu |
| **2** | Wzajemne położenie dwóch okręgów |
| **3** | Koła i kąty |
| **4** | Twierdzenie o stycznej i siecznej |
| **5** | Wybrane konstrukcje geometryczne |
| **6** | Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie |
| **7** | Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń)  i potrafi zapisać relacje między nimi; | zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach; |
| zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur; | zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych; |
| zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur; | zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować  w rozwiązywaniu prostych zadań; |
| zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów; | zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty; |
| zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę; | umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny; |
| zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań; | umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum; |
| umie określić położenie prostych na płaszczyźnie; | zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej; | zna pojęcie środka ciężkości trójkąta; |
| zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań, | zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie; |
| umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka; | zna trzy cechy przystawania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań; | zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań; |
| potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające; | umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych. |
| potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie; |  |
| zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu; | potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej; | zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań |
| zna definicję stycznej do okręgu; | potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej  w rozwiązywaniu prostych zadań; |
| zna twierdzenie o stycznej do okręgu; | potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach; |
| zna twierdzenie o odcinkach stycznych; | rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie |
| umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów; | rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny |
| posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła; |  |
| zna twierdzenie o stycznej i siecznej; |  |
| zna twierdzenie o cięciwach; |  |
| zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego  w trójkąt; |  |
| potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt; |  |

| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| --- | --- |
| **R** | **D** |
| zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej; | potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów; |
| zna definicję wielokąta; | potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka; |
| zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta; | potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta; |
| wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym; | potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków; |
| potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego; | potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności; |
| potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała; | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń; |
| zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań; | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych; |
| potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie; | potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej ( tw. Pitagorasa, tw. Talesa, |
| zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną; |  |
| potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu; | potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń; |
| potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu; | potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów; |
| potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń; | potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności; |
| potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów; | potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych; |
| potrafi przeprowadzać konstrukcje geometryczne | przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie; |
| stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach |  |
| rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt; |  |
|  |  |
|  |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów  i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń; |
| zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych; |
| umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia. |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń; |
| potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie; |
| potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną. |
| potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów; |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii; |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów  i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń; |
| umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło; |
| umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia. |

1. **TRYGONOMETRIA.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta |
| **2** | Podstawowe tożsamości trygonometryczne |
| **3** | Wybrane wzory redukcyjne |
| **4** | Kąt skierowany. Miara łukowa kąta |
| **5** | Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej |
| **6** | Wykresy funkcji trygonometrycznych |

**Uczeń:**

|  |  |
| --- | --- |
| **PODSTAWOWE** | |
| **K** | **P** |
| zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; | potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30°, 45°, 60°; |
| potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków; | zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego; |
| potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); | potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich; |
| potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne; |  |
| zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30, 45, 60; |  |
| zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; | potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: w obliczaniu wartości wyrażeń; |
| potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta | umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze *a*, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta; |
| zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; | potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań; |
| Zna wzory redukcyjne kątów: ; | potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich; |
|  | potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne; |

| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| --- | --- |
| **R** | **D** |
| potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej  z funkcji trygonometrycznych; | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego; |
| potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych; | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego; |
| potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego; |  |
| potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone) | potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych; |
| potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne: | potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne; |
| potrafi stosować wybrane wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności; |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod. |
| potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii. |

1. **GEOMETRIA ANALITYCZNA.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Odcinek w układzie współrzędnych |
| **2** | Równanie kierunkowe prostej |
| **3** | Równanie ogólne prostej |
| **4** | Równanie okręgu |
| **5** | Wyznaczanie w układzie współrzędnych punktów wspólnych prostych, okręgów i parabol |
| **6** | Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą; | potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji; |
| potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności; | potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY; |
| rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej; | potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne); |
| zna pojęcie i wzór funkcji liniowej; | potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu; |
| potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b); | potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych; |
| potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem; | potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska  w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć); |
| potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne); |  |
| potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej; |  |
| potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji; |  |
| zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór); |  |
| potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; |  |
| potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji  o jej wykresie; |  |
| zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów; |  |
| potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców | potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym; |
| zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX); | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej; |
| zna definicję równania ogólnego prostej; | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych); |
| potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty; | potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt; |
| zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi; | potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej; |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej ; | potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu; |
| potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej; | potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń); |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka  i promień okręgu; | potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka  i promień tego okręgu; |  |
| umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej; |  |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg; |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R** | **D** |
| potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.; | potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej; |
| potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt punkt należący do jej wykresu; | sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe |
|  | rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej; |
|  | zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych); |
|  | wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne; |
|  | potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę; |
|  | zna prawa dotyczące działań na wektorach; |
|  | potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; |
| potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych; |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; | potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności; |
| potrafi rozwiązywać algebraicznie oraz podać jego interpretację graficzną układ równań; | potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których koniczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki; |
| potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności; |  |
|  |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności; |
| potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności |
| potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań; |

1. **GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Twierdzenie sinusów |
| **2** | Twierdzenie cosinusów |
| **3** | Zastosowanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów do rozwiązywania zadań |
| **4** | Pole figury geometrycznej |
| **5** | Pole trójkąta, cz.1 |
| **6** | Pole trójkąta, cz.2 |
| **7** | Pola trójkątów podobnych |
| **8** | Pole koła, pole wycinka koła |
| **9** | Zastosowanie pojęcia pola w dowodzeniu twierdzeń |

**Uczeń:**

|  |  |
| --- | --- |
| **PODSTAWOWE** | |
| **K** | **P** |
| zna twierdzenie sinusów; | potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów; |
| zna twierdzenie cosinusów; | potrafi stosować twierdzenie cosinuów w rozwiązywaniu trójkątów; |
| rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta; | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia; |
| zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta; | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; |
| potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole; | potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych; | umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| zna wzór na pole koła i pole wycinka koła; |  |
| wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R** | **D** |
| potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych; | potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów; |
| potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych; | rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach  w kole, itp.) |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów; | potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola. |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych; |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania. |
| potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów; |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń |

1. **WIELOMIANY**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Wielomiany jednej zmiennej rzeczywistej |
| **2** | Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów |
| **3** | Równość wielomianów |
| **4** | Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Wzór an - bn |
| **5** | Podzielność wielomianów |
| **6** | Dzielenie wielomianów przez dwumian liniowy. Schemat Hornera |
| **7** | Dzielenie wielomianów przez wielomiany stopnia większego od 1 |
| **8** | Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta |
| **9** | Pierwiastki wymierne wielomianu |
| **10** | Pierwiastek wielokrotny |
| **11** | Rozkład wielomianu na czynniki |
| **12** | Równania wielomianowe |
| **13** | Zadania prowadzące do równań wielomianowych |
| **14** | Równania wielomianowe z parametrem |
| **15** | Funkcje wielomianowe |
| **16** | Nierówności wielomianowe |

**Uczeń:**

|  |  |
| --- | --- |
| **PODSTAWOWE** | |
| **K** | **P** |
| zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej; | potrafi sprawdzić czy wielomiany są równe; |
| potrafi wskazać jednomiany podobne; | potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów; |
| potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej; | sprawnie przekształca wyrażenia zawierające wzory skróconego mnożenia stopnia 3; |
| potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco); | potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia na sumę (różnicę sześcianów) |
| potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej; | potrafi zastosować wzór an- bn |
| potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia | potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera; |
| potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu; | potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu; |
| potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej; | potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań; |
| potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów; | potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań; |
| rozumie pojęcie wielomianów równych i potrafi podać przykłady takich wielomianów; | potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian; |
| potrafi rozpoznać wielomiany równe; | potrafi rozłożyć wielomian na czynniki gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta; |
| zna następujące wzory skróconego mnożenia: | potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia lub metody grupowania wyrazów; |
| (*a* + *b*)3= *a*3 + 3*a*2*b* + 3*ab*2 + *b*3 | potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji wielomianowej) w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony  w postaci iloczynowej; |
| a3– *b*3= (*a* – *b*)(*a*2+ *ab* + *b*2) |  |
| a3+ *b*3= (*a* + *b*)(*a*2– *ab* + *b*2); |  |
| zna wzór an- bn |  |
| potrafi podzielić wielomian przez dwumian |  |
| potrafi podzielić wielomian przez dowolny wielomian; |  |
| potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu; |  |
| zna twierdzenie Bezouta; |  |
| zna twierdzenie o reszcie; |  |
| potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów; |  |

| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| --- | --- |
| **R** | **D** |
| potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego wielomiany są równe; | potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań  i nierówności wielomianowych; |
| potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach; |  |
| rozkłada wyrażenia na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia na sześciany; |  |
| stosuje wzory skróconego mnożenia na sześciany do rozwiązywania różnych zadań; |  |
| przeprowadza dowody algebraiczne z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia stopnia wyższego niż 2; |  |
| potrafi wykorzystać podzielność wielomianów w rozwiązywaniu zadań; |  |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych; |  |
| potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując „metodę prób”); |  |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe; |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów |

1. **UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych. |
| **2** | Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych |
| **3** | Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych |
| **4** | Działania na ułamkach algebraicznych |
| **5** | Równania wymierne |
| **6** | Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych |
| **7** | Nierówności wymierne |
| **8** | Zadania na dowodzenie z zastosowaniem średniej arytmetycznej, średniej geometrycznej i średniej kwadratowej kilku liczb |
| **9** | Funkcja homograficzna |
| **10** | Zastosowanie wiadomości o funkcji homograficznej w zadaniach |
| **11** | Funkcje wymierne |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej | potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie  z zastosowaniem ułamków algebraicznych |
| potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego | potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych |
| potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie | rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej |
| potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań | rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernych |
| potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych | potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej |
| zna definicję równania wymiernego |  |
| potrafi rozwiązywać proste równania wymierne |  |
| zna definicję nierówności wymiernej |  |
| potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne |  |
| wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności |  |
| wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem |  |
| zna definicję funkcji wymiernej |  |
| potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej |  |
| zna definicję funkcji homograficznej |  |
| potrafi przekształcić wzór funkcji  do postaci |  |
| potrafi naszkicować wzór funkcji |  |
| potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY |  |
| potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R** | **D** |
| potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową) |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne  z wartością bezwzględną |
| potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem) | potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także z wartością bezwzględną) |
| potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne  z parametrem |
| potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie | potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych |
| potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej |
| potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z wartością bezwzględną i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna |  |
| potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań  i nierówności wymiernych |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod |

1. **CIĄGI**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów |
| **2** | Monotoniczność ciągów |
| **3** | Ciąg arytmetyczny |
| **4** | Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |
| **5** | Ciąg geometryczny |
| **6** | Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |
| **7** | Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne |
| **8** | Lokaty pieniężne i kredyty bankowe |
| **9** | Granica ciągu liczbowego |
| **10** | Obliczanie granic ciągów zbieżnych |
| **11** | Wybrane własności ciągów zbieżnych |
| **12** | Ciągi rozbieżne do nieskończoności |
| **13** | Szereg geometryczny |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| zna definicję ciągu (ciągu liczbowego) | wyznacza wyraz an+1 ciągu określonego wzorem ogólnym |
| potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym | bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący |
| wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych | potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości |
| potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym | wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów |
| potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych | potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego; |
| zna definicję ciągu arytmetycznego | stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych |
| potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych; | określa monotoniczność ciągu arytmetycznego |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny | wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy |
| wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę | wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego; | potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego; |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; | potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych; |
| zna definicję ciągu geometrycznego; | stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych |
| potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych | potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny; | potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady) |
| wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz | potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne); |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego; | wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie |
| zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; | wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny |
| potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów; | oblicza oprocentowanie lokaty |
| oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji | określa okres oszczędzania |
| rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego; | bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych; | oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych |
| potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady); | oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego |
| potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego; |  |
| zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu; |  |
| sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny |  |

| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| --- | --- |
| **R** | **D** |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym | potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu |
| wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki | potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych; |
| potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; | potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności; |
| wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny | rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyraów ciągu arytmetycznego |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny | potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności |
| potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego | stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu |
| stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu |
| określa monotoniczność ciągu geometrycznego | zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu |
| wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny | potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym. |
| potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |  |
| stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań |  |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny |  |
| potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; |  |
| potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym |  |
| potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym |  |
| rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym |  |
| oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia  o własnościach granic ciągów rozbieżnych |  |
| zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego |  |
| zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych |  |
| stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach |

1. **KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Reguła mnożenia i reguła dodawania |
| **2** | Wariacje |
| **3** | Permutacje |
| **4** | Kombinacje |
| **5** | Kombinatoryka – zadania różne |
| **6** | Symbol Newtona. Wzór Newtona. Trójkąt Pascala |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia; | wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań |
| zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji; | wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań |
| zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji; | wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań |
| zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji; | wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań |
| potrafi rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne  z zastosowaniem poznanych wzorów; | umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności |
| stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek | wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona |
| przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia | w oparciu o wzór Newtona wyznacza wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów |
| wypisuje permutacje danego zbioru | rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona |
| oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru |  |
| przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni |  |
| oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń |  |
| oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami |  |
| stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek |  |
| zna symbol Newtona |  |
| oblicza wartość symbolu Newtona |  |
| zna własności symbolu Newtona |  |
| zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R** | **D** |
| oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji | oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów |
| rozwiązuje zadania z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona | prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki |
|  | prowadzi dowody z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki |