**Matematyka. Solidnie od podstaw**

**Wymagania na poszczególne oceny**

**KLASA 4**

**ZAKRES PODSTAWOWY**

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

***Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)***

***Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)***

***Wymagania na ocenę dobrą*** *zawierają wymagania na ocenę dostateczną I dopuszczającą (R)*

***Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)***

***Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na oceną bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)***

**Uwaga:**

* Kolorem  żółtym oznaczono w tabelach tematy, w których - zgodnie z rozporządzeniem   
  z dnia 28 czerwca 2024 r. - część zagadnień przestała obowiązywać.
* Kolorem  szarym oznaczono w tabelach tematy, które - zgodnie z rozporządzeniem   
  z dnia 28 czerwca 2024 r. - przestały obowiązywać.
* Treści zapisane na różowym tle są powtórzeniem z planu wynikowego klasy 1, 2 oraz 3, zakres podstawowy.

Dział ciągi zrealizowany w klasie 3. Realizacja programu rozpoczyna się od tematów z działu Kombinatoryka.

1. **CIĄGI**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów |
| **2** | Monotoniczność ciągów |
| **3** | Ciąg arytmetyczny |
| **4** | Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |
| **5** | Ciąg geometryczny |
| **6** | Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |
| **7** | Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne |
| **8** | Lokaty pieniężne i kredyty bankowe |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| zna definicję ciągu (ciągu liczbowego) | wyznacza wyraz an+1 ciągu określonego wzorem ogólnym |
| potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym | bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący |
| wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych | potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości |
| potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym | wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów |
| potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych | potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego; |
| zna definicję ciągu arytmetycznego | stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych |
| potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych; | wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny | wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy |
| wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę | potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego; |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego; | potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych; |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; | stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych |
| zna definicję ciągu geometrycznego; | potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; |
| potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych | wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny; | wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny |
| wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz | oblicza oprocentowanie lokaty |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego; | określa okres oszczędzania |
| zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; | bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby |
| potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów; |  |
| oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji |  |

| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| --- | --- |
| **R** | **D** |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym | rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego |
| wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki | potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności |
| potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; | stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu |
| wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny |  |
| potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |  |
| stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym |  |
| określa monotoniczność ciągu geometrycznego |  |
| wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny |  |
| potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |  |
| stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań |  |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny |  |
| potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; |  |
| potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym |  |
| potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym |  |
| rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach |

1. **KOMBINATORYKA.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Reguła mnożenia i reguła dodawania |
| **2** | Wariacje |
| **3** | Permutacje |
| **4** | Kombinacje |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia; | wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań |
| zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji; | wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań |
| zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji; | wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań |
| zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji; | wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań |
| Potrafi rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów; | umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności |
| stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek |  |
| przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia |  |
| wypisuje permutacje danego zbioru |  |
| oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru |  |
| przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni |  |
| oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń |  |
| oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami |  |
| stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R** | **D** |
| oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji | oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów |
|  | prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki |

1. **GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Podział czworokątów. Trapezoidy |
| **2** | Trapezy |
| **3** | Równoległoboki |
| **4** | Podobieństwo. Czworokąty podobne |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| zna podział czworokątów; | potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań |
| potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu; | korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.) |
| wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań; | potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów. |
| zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; | umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt; |
| potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów; |  |
| zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; |  |
| wie, jakie własności ma romb; |  |
| zna własności prostokąta i kwadratu; |  |
| wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur; |  |
| zna własności deltoidu; |  |
| zna i rozumie definicję podobieństwa; |  |
| potrafi wskazać figury podobne; |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R** | **D** |
| potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków; | umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; |
|  | potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu; |
|  | korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów. |

1. **GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Pole prostokąta Pole kwadratu |
| **2** | Pole równoległoboku. Pole rombu |
| **3** | Pole trapezu |
| **4** | Pole czworokąta |
| **5** | Pola figur podobnych |
| **6** | Mapa. Skala mapy |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych; | potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów; |
| zna twierdzenie sinusów; | potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów; |
| zna twierdzenie cosinusów; | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia; |
| rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta; | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; |
| zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta; | potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole; | umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych; |  |
| zna wzór na pole koła i pole wycinka koła; |  |
| wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań |  |
| potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta  w rozwiązaniach prostych zadań; | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie; |
| zna wzory na pole równoległoboku; | zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać  z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności. |
| zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; |  |
| zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R** | **D** |
| potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych; | potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów; |
| potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych; | rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.) |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów; | potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola. |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych; |  |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów  i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów). | potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku; |
|  | potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu; |
|  | potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu; |
|  | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów  i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów). |

| **WYKRACZAJĄCE** |
| --- |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania. |
| potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów; |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń. |

1. **GEOMETRIA ANALITYCZNA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka |
| **2** | Proste w układzie współrzędnych |
| **3** | Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi |
| **4** | Pole trójkąta. Pole wielokąta |
| **5** | Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy; | potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora |
| potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora | potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań |
| potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej) | potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych; |
| zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej | potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym; |
| potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie) | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej; |
| zna pojęcie i wzór funkcji liniowej; | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych); |
| potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b); | potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt; |
| potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem; | potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej; |
| potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej; | potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu; |
| potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; | potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń); |
| potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie; | potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); |
| zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów; |  |
| potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców |  |
| zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX); |  |
| zna definicję równania ogólnego prostej; |  |
| potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty; |  |
| zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi; |  |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej; |  |
| potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej; |  |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu; |  |
| zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych | potrafi zastosować w zadaniach warunki na równoległość wektorów |
| potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne | potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki |
| zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej | potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń) |
| zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki | potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach; |
| potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi | potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej  i zredukowanej; |  |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka  i promień okręgu; |  |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka  i promień tego okręgu; |  |
| umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej; |  |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg; |  |
| zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu |  |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej  i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; |  |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; |  |
| wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią |  |

| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| --- | --- |
| **R** | **D** |
| potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności | sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe |
| potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych | rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczącym funkcji liniowej; |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej  i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; | potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; |
| potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań  z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności; | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych; |
|  | potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności; |
|  | potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których koniczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki; |
| rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry | potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności |
| rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów |  |
| rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest jego pole) |  |
| stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności |  |
| potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności; |
| potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (odległość punktu od prostej) |

1. **FUNKCJA WYKŁADNICZA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie |
| **2** | Funkcja wykładnicza i jej własności |
| **3** | Przekształcenia wykresów funkcji wykładniczych |
| **4** | Równania wykładnicze |
| **5** | Nierówności wykładnicze |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym; |  |
| zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych  i stosuje je w obliczeniach; |  |
| zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach; |  |
| potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych; |  |
| potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; | potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie |
| stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań | potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi |
| zna definicję funkcji wykładniczej | potrafi porównywać potęgi |
| potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji | potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu |
| potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów | potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji |
| potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw | potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor i symetrie względem osi układu (złożenie przekształceń) |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych  (SOX, SOY, S(0,0), przesunięcie równoległe o dany wektor) |  |
| potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor albo symetrie względem osi układu |  |
| zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej |  |
| potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| **R** | **D** |
| sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki; | potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym; |
| sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym  i odwrotnie; | porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki; |
| sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; |  |
| potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias; |  |
| potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze stosując metodę podstawiania |
| potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem | potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności wykładniczych |
| potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych | potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg |  |
| potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając  z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych |  |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze korzystając  z różnowartościowości/monotoniczności funkcji |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych |

1. **FUNKCJA LOGARYTMICZNA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Logarytm – powtórzenie wiadomości |
| **2** | Funkcja logarytmiczna |
| **3** | Przekształcenie wykresów funkcji logarytmicznych |
| **4** | Równania logarytmiczne |
| **5** | Zastosowanie funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** | |
| --- | --- |
| **K** | **P** |
| zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji; | potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi; |
| zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana; | potrafi zamienić podstawę logarytmu; |
| zna pojęcie logarytmu dziesiętnego; |  |
| potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy | stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu |
| zna definicję funkcji logarytmicznej; | zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń |
| potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji; | wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu |
| potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej; | podaje odpowiednie założenia dla dla podstawy oraz liczby logarytmowanej |
| potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw; | potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. Wyznaczyć log220 wiedząc, że log25 = p) |
| potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu; | potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej gdy dany jest punkt należący do wykresu |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych  (SOX, SOY, S0, przesunięcie równoległe o dany wektor); | potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych; |
|  | potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne; |
|  | rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.) |
|  | posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp. |

| **DOPEŁNIAJĄCE** | |
| --- | --- |
| **R** | **D** |
| zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach; | potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu; |
| rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń; |
| potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami; |  |
| potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu  i potęgi do udowadniania równości wyrażeń | potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach |
| potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym | potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań z parametrem |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej | potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej | potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności logarytmicznych |
| potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną | potrafi rozwiązywać zadania o [podwyższonym stopniu trudności stosując własności funkcji logarytmicznych oraz poznane twierdzenia |
|  | potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne wprowadzając zmienną pomocniczą; |
|  | potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| *potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych.* |
| *potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;* |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem; |
| potrafi udowodnić niewymierność logarytmu (np. log23) |
| potrafi w dowodach o podwyższonym stopniu trudności korzystać z twierdzeń i własności funkcji logarytmicznej |