**Matematyka. Solidnie od podstaw**

**Wymagania na poszczególne oceny**

**KLASA 4**

**ZAKRES PODSTAWOWY + ZAKRES ROZSZERZONY**

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

***Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)***

***Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)***

***Wymagania na ocenę dobrą*** *zawierają wymagania na ocenę dostateczną I dopuszczającą (R)*

***Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)***

***Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na oceną bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)***

**Uwaga:**

* Kolorem  żółtym oznaczono w tabelach tematy, w których - zgodnie z rozporządzeniem
z dnia 28 czerwca 2024 r. - część zagadnień przestała obowiązywać.
* Kolorem  szarym oznaczono w tabelach tematy, które - zgodnie z rozporządzeniem
z dnia 28 czerwca 2024 r. - przestały obowiązywać.
* Treści zapisane na różowym tle są powtórzeniem z planu wynikowego klasy 1, 2 oraz 3, zakres rozszerzony.

**Z działu ciągi od tematu :Granica ciągu liczbowego.**

* **CIĄGI**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów |
| **2** | Monotoniczność ciągów |
| **3** | Ciąg arytmetyczny |
| **4** | Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |
| **5** | Ciąg geometryczny |
| **6** | Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |
| **7** | Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne |
| **8** | Lokaty pieniężne i kredyty bankowe |
| **9** | Granica ciągu liczbowego |
| **10** | Obliczanie granic ciągów zbieżnych |
| **11** | Wybrane własności ciągów zbieżnych |
| **12** | Ciągi rozbieżne do nieskończoności  |
| **13** | Szereg geometryczny |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| zna definicję ciągu (ciągu liczbowego) | wyznacza wyraz an+1 ciągu określonego wzorem ogólnym |
| potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym | bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący |
| wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych | potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości |
| potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym | wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów |
| potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych | potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego; |
| zna definicję ciągu arytmetycznego | stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych |
| potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych; | określa monotoniczność ciągu arytmetycznego |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny | wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy |
| wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę | wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;  | potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego; |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; | potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych; |
| zna definicję ciągu geometrycznego; | stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych |
| potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych | potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny; | potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady) |
| wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz | potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne); |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;  | wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie |
| zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; | wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny |
| potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów; | oblicza oprocentowanie lokaty |
| oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji | określa okres oszczędzania |
| rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego; | bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych; | oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych |
| potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady); | oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego |
| potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego; |  |
| zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu;  |  |
| sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny |  |

| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| --- |
| **R** | **D** |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym | potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu |
| wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki | potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych; |
| potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; | potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności; |
| wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny | rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyraów ciągu arytmetycznego |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny | potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności |
| potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego | stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu |
| stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu |
| określa monotoniczność ciągu geometrycznego | zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu |
| wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny | potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym. |
| potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |  |
| stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań |  |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny |   |
| potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; |   |
| potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym |   |
| potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym |   |
| rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym |   |
| oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych |   |
| zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego |   |
| zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych |   |
| stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym |   |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach |

**I.KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Reguła mnożenia i reguła dodawania |
| **2** | Wariacje |
| **3** | Permutacje |
| **4** | Kombinacje |
| **5** | Kombinatoryka – zadania różne |
| **6** | Symbol Newtona. Wzór Newtona. Trójkąt Pascala |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia; | wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań |
| zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji; | wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań |
| zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji; | wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań |
| zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji; | wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań |
| potrafi rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów; | umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności |
| stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek  | wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona |
| przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia | w oparciu o wzór Newtona wyznacza wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów |
| wypisuje permutacje danego zbioru | rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona  |
| oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru |  |
| przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni |   |
| oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń  |   |
| oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami |   |
| stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek |   |
| zna symbol Newtona |   |
| oblicza wartość symbolu Newtona |   |
| zna własności symbolu Newtona |  |
| zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego |   |

|  |
| --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R** | **D** |
| oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji | oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów |
| rozwiązuje zadania z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona | prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki |
|   | prowadzi dowody z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki  |

**II.GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Podział czworokątów. Trapezoidy |
| **2** | Trapezy |
| **3** | Równoległoboki |
| **4** | Okrąg opisany na czworokącie |
| **5** | Okrąg wpisany w czworokąt |
| **6** | Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie |
| **7** | Podobieństwo. Czworokąty podobne |

**Uczeń:**

|  |
| --- |
| **PODSTAWOWE** |
| **K**  | **P** |
| zna podział czworokątów; | potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań |
| potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu; | potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu; |
| wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań; | korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.) |
| zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; | potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów. |
| potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów; | umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt; |
| zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; |   |
| wie, jakie własności ma romb; |   |
| zna własności prostokąta i kwadratu; |   |
| wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur; |   |
| zna własności deltoidu; |   |
| rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu; |   |
| zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań; |   |
| potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg; |   |
| zna i rozumie definicję podobieństwa; |   |
| potrafi wskazać figury podobne; |   |

|  |
| --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R** | **D** |
| potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków; | umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; |
| potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności; | potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu; |
| potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu; | potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta; |
|   | korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów. |

**III.GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Pole prostokąta Pole kwadratu |
| **2** | Pole równoległoboku. Pole rombu |
| **3** | Pole trapezu |
| **4** | Pole czworokąta |
| **5** | Pola figur podobnych |
| **6** | Mapa. Skala mapy |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych;  | potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów; |
| zna twierdzenie sinusów; | potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów; |
| zna twierdzenie cosinusów; | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia; |
| rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta; | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; |
| zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta; | potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole; | umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań; |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych;  |   |
| zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;  |   |
| wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań |   |
| potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań; | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie; |
| zna wzory na pole równoległoboku;  | zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności. |
| zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; |   |
| zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; |   |

|  |
| --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R** | **D** |
| potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych; | potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów; |
| potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych; | rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)  |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów; | potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola. |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych; |   |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie). | potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku; |
|   | potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu; |
|   | potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu; |
|   | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie). |

| **WYKRACZAJĄCE** |
| --- |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania. |
| potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów; |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń. |

**IV.ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Granica funkcji w punkcie |
| **2** | Obliczanie granicy funkcji w punkcie |
| **3** | Granice jednostronne funkcji w punkcie |
| **4** | Granica funkcji w nieskończoności |
| **5** | Granica niewłaściwa funkcji |
| **6** | Ciągłość funkcji w punkcie |
| **7** | Ciągłość funkcji w zbiorze |
| **8** | Asymptoty wykresu funkcji |
| **9** | Pochodna funkcji w punkcie |
| **10** | Funkcja pochodna |
| **11** | Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej |
| **12** | Styczna do wykresu funkcji |
| **13** | Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji |
| **14** | Ekstrema lokalne funkcji |
| **15** | Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale |
| **16** | Zadania optymalizacyjne |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu | uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie |
| zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie  | oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie |
| oblicza granice funkcji w punkcie | oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie |
| zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie | stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie  |
| oblicza granice funkcji w nieskończoności | sprawdza ciągłość funkcji w punkcie |
| oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie | sprawdza ciągłość funkcji |
| oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie | wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji |
| wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji | stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania |
| wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji | potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiorze) |
| zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie |  potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji |
| korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie | potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej |
| zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji | potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej |
| zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie | potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym |
| potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów | potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres |
|  zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej | potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych |

|  |
| --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R** | **D** |
| potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji |
| stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym | potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach | potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk |
| zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa) | potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji |
| potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją) | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności |
| zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji |   |
| potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna |   |
| potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych |   |
| wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki |   |
| wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna |   |
| wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie |   |

| **WYKRACZAJĄCE** |
| --- |
| **W** |
| rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną; |

**V.TRYGONOMETRIA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej – powtórzenie wiadomości z klasy 2. |
| **2** | Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych |
| **3** | Równania trygonometryczne, cz. 1 |
| **4** | Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy |
| **5** | Funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta |
| **6** | Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych |
| **7** | Równania trygonometryczne, cz. 2 |
| **8** | Nierówności trygonometryczne |
| **9** | Pochodne funkcji trygonometrycznych |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; | potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30°, 45°, 60°; |
| potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków; | zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego; |
| potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); | potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich; |
| potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne; | potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta |
| zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30, 45, 60; | potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta; |
| wie co to jest miara łukowa kąta; | potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń; |
| potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie | potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu y=ax |
| zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; | umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze a, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta; |
| umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach; | potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań; |
| potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta | potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;  |
| zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; | zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach; |
| zna wzory redukcyjne; | potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne; |
| potrafi naszkicować wykres funkcji y = sin x i omówić jej własności; | potrafi ustalać znak i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając z wykresów |
| potrafi naszkicować wykres funkcji y = cos x i omówić jej własności; | potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach); |
| potrafi naszkicować wykres funkcji y = tg x i omówić jej własności; | wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; |
| potrafi naszkicować wykres funkcji y = ctg x i omówić jej własności; |   |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu (0, 0), przesunięcie równoległe o dany wektor) | potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych; |
| zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; | oblicza granice funkcji, w których we wzorze występują funkcje trygonometryczne |
| potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych | oblicza pochodne funkcji, w których występują funkcje trygonometryczne korzystając z poznanych wzorów na sumę/różnicę/iloczyn/iloraz pochodnych  |
| zna granice funkcji $\frac{sinx}{x}$ przy x dążącym do 0 |  |
| zna wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych i umie je stosować |   |

| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| --- |
| **R** | **D** |
| potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych; | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego; |
| potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych; | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego; |
| potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego; | potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych; |
| wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta; | potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne; |
| potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta | potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej; |
| potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej | potrafi określić dziedzinę funkcji i naszkicować jej wykres, w przypadkach gdy wzór funkcji wymaga przekształcenia; |
| potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone) | potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując kilka przekształceń: przesunięcie wykresu o wektor oraz y = s  f(x) oraz y = f(s  x), gdzie s  0; |
| potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne: |   |
| potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności; |   |
| potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta); |   |
| potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej; |   |
| potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki; |   |
| potrafi ustalać najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne; |   |
| potrafi obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów; |   |
| potrafi szkicować wykresy funkcji y = -f(x) oraz y = f(-x); |   |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu o wektor oraz y = s  f(x) oraz y = f(s  x), gdzie s  0; |   |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: y = |f(x)|, y = f(|x|), y = s  f(x) oraz y = f(s  x), gdzie s  0; | potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych; |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych w których we wzorach występuje pierwiastek | potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta; |
| potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych; | potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów; |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych | potrafi rozwiązywać równania/nierówności trygonometryczne w których występuje parametr |
| potrafi obliczyć pochodne funkcji złożonych, w których występują funkcje trygonometryczne | potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne w których występują pochodne funkcji trygonometrycznych, równania/nierówności trygonometryczne  |
| potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna |   |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod. |
| potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii. |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania |

**VI.GEOMETRIA ANALITYCZNA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka |
| **2** | Kąt między niezerowymi wektorami |
| **3**  | Proste w układzie współrzędnych |
| **4** | Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi |
| **5** | Pole trójkąta. Pole wielokąta |
| **6** | Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu |
| **7** | Wzajemne położenie dwóch okręgów |
| **8** | Zadania różne z geometrii analitycznej |
| **9** | Wybrane przekształcenia geometryczne w układzie współrzędnych |
| **10** | Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy; | potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora |
| potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora | potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań |
| potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej) | potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych; |
| zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej | potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym; |
| potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie) | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej; |
| zna pojęcie i wzór funkcji liniowej; | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych); |
| potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b); | potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt; |
| potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem; | potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej; |
| potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej; | potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu; |
| potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; | potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń); |
| potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie; | potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); |
| zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów; |   |
| potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców |   |
| zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX); |   |
| zna definicję równania ogólnego prostej; |   |
| potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty; |   |
| zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi; |   |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej; |   |
| potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej; |   |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu; |   |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu; |   |
| umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej; |   |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;  |   |
| zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych | potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory |
| potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne | potrafi zastosować w zadaniach warunki na prostopadłość i równoległość wektorów |
| zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory | potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki |
| zna wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory |  potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń) |
| zna warunki na prostopadłość i równoległość wektorów | potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); |
| zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej | potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;  |
| zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki | potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach; |
| potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi | potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej; |  |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu; |   |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu; |   |
| umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej; |   |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;  |   |
| zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu |   |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; |   |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; |   |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; |   |
| wie, jakieprzekształcenie nazywamy izometrią |   |
| zna pojęcie jednokładności o środku S i skali k≠0 (także w ujęciu analitycznym); |   |

| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| --- |
| **R** | **D** |
| potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności | sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe |
| potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych | rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej; |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; | potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; |
| potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności; | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych; |
|   | potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności; |
|   | potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których koniczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki; |
| rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry | potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności |
| rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów | potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną |
| rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole) |   |
| stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności  |   |
| dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się |   |
| potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią |   |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności; |
| potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej) |

**VII.FUNKCJA WYKŁADNICZA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie |
| **2** | Funkcja wykładnicza i jej własności |
| **3** | Przekształcenia wykresów funkcji wykładniczych |
| **4** | Równania wykładnicze |
| **5** | Nierówności wykładnicze |
| **6** | Zastosowanie funkcji wykładniczej w zadaniach |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym; |   |
| zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach; |   |
| zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach; |   |
| potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych; |   |
| potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; | potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie |
| stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań | potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi |
| zna definicję funkcji wykładniczej | potrafi porównywać potęgi |
| potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji | potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu |
| potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów | potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji |
| potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw | potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor i symetrie względem osi układu (złożenie przekształceń) |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (SOX, SOY, S(0,0), przesunięcie równoległe o dany wektor) |   |
| potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor albo symetrie względem osi układu |   |
| zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej |  |
| potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze |  |

|  |
| --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R** | **D** |
| sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki; | potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym; |
| sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie; | porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki; |
| sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; |   |
| potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias; |   |
| potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze stosując metodę podstawiania |
| potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem | potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wykładniczych |
| potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych | potrafi stosować wiadomości o funkcji wykładniczej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.) |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg | potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności wykładniczych  |
| potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych | potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych  |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze korzystając z różnowartościowości oraz monotoniczności funkcji | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem; |
| potrafi rozwiązywać nierówności łączące funkcję wykładniczą oraz inny typ funkcji (np. liniową) | potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym |
| potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym |   |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem o podwyższonym stopniu trudności; |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych |

**VIII.FUNKCJA LOGARYTMICZNA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Logarytm – powtórzenie wiadomości |
| **2** | Funkcja logarytmiczna – powtórzenie i uzupełnienie wiadomości |
| **3** | Przekształcenie wykresów funkcji logarytmicznych |
| **4** | Równania logarytmiczne |
| **5** | Nierówności logarytmiczne |
| **6** | Zastosowanie funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji; | potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi; |
| zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana; | potrafi zamienić podstawę logarytmu; |
| zna pojęcie logarytmu dziesiętnego; |   |
| potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy | stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu |
| zna definicję funkcji logarytmicznej; | zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń |
| potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji; | potrafi stosować twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów do obliczania wartości wyrażeń oraz przekształcania wyrażeń z logarytmami |
| potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej; | wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu |
| potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw; | podaje odpowiednie założenia dla dla podstawy oraz liczby logarytmowanej |
| potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu; | potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. wyznaczyć log220 wiedząc, że log25 = p) |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych (SOX, SOY, S(0,0), przesunięcie równoległe o dany wektor); | potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej gdy dany jest punkt należący do wykresu |
|  | potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji logarytmicznej o określonej dziedzinie |
|  | potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne; |
|  | rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.) |
|  | posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp. |

| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| --- |
| **R** | **D** |
| zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach; | potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu; |
| rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń; |
| potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami; |   |
| potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowadniania równości wyrażeń | potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach, twierdzenie o zamianie podstaw logarytmów |
| potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności układy równań z zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych; | potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań z parametrem |
| potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznejdo rozwiązywania zadań różnego typu | potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym |
| potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym | potrafi prowadzić dowody opierające się o twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej | potrafi interpretować graficznie równania logarytmiczne z parametrem |
| potrafi rozwiązać równania oraz nierówności logarytmiczne korzystając z wykresów odpowiednich funkcji logarytmicznych | potrafi stosować wiadomości o funkcji logarytmicznej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.) |
| potrafi rozwiązywać nierówności łączące funkcję logarytmiczną oraz inny typ funkcji (np. liniową) | potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności logarytmicznych |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej | potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności stosując własności funkcji logarytmicznych oraz poznane twierdzenia |
| potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną | potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem; |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z wartością bezwzględną | potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne wprowadzając zmienną pomocniczą; |
| potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności logarytmicznych | potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy |
| potrafi rozwiązywać równania wykładniczo-potęgowo-logarytmiczne |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych. |
| potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów; |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem; |
| potrafi udowodnić niewymierność logarytmu (np. log23) |
| potrafi w dowodach o podwyższonym stopniu trudności korzystać z twierdzeń i własności funkcji logarytmicznej |